



## PROVIMI I MATURËS SHTETËRORE 2023

### SKEMA E VLERËSIMIT TË TESTIT

#### Matematikë (Gjimnazi)

#### Varianti B

**Shënim:** Vlerësuesit e testeve janë trajnuar, që të vlerësojnë çdo përpjekje të nxënësit dhe të jenë të kujdesshëm, sidomos në pyetjet e hapura, që kanë më shumë se një mundësi zgjidhjeje.

PYETJA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Përgjigja e saktë	C	A	D	D	C	B	C	A	A	D
<b>BPDyetyja</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>
Përgjigja e saktë	B	D	A	C	C	B	B	C	B	A

#### Pyetja 21

2 pikë

#### Zgjidhja e plotë:

Meqenëse katrori i ka brinjët të barabarta, shtrojmë ekuacionin:

$$3+x=2x+1 \Leftrightarrow x=2$$

Kështu që brinja e katrorit të dhënë është:

$$a=3+2=5 \text{ cm, nga ku kemi: } P=4a=20 \text{ cm}$$

Kështu që Eugeni nuk ka të drejtë ( $20 \text{ cm} < 25 \text{ cm}$ )

#### Zgjidhje alternative e pyetjes 21

Nxënësi mund të argumentojë përgjigjen e tij ndryshe:

Gjen perimetrin e katrorit me të dhënat e skicës, duke supozuar se Eugeni ka të drejtë:

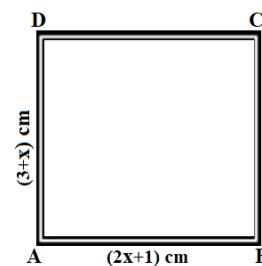
$$P=2(2x+1)+2(3+x)=25 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 6x+8=25 \Leftrightarrow 6x=17 \Leftrightarrow x=\frac{17}{6}$$

Më tej, për këtë vlerë të  $x$  jemi në një absurditet, pasi sipas relacioneve për brinjët, brinjët e katrorit dalin me gjatësi të ndryshme:

$$a=2x+1=2\frac{17}{6}+1=\frac{17}{3}+1=\frac{20}{3} \text{ cm dhe nga ana tjetër:}$$

$$a=3+\frac{17}{6}=\frac{35}{6} \text{ cm?!}$$



- 2 pikë** Nëse nxënësi gjen saktë vlerën  $x$  përmes barazimit  $3 + x = 2x + 1 \Leftrightarrow x = 2$ , brinjën e katrorit dhe si rrjedhim perimetrin e saktë të katrorit dhe pohon se Eugeni nuk ka të drejtë.
- 1 pikë** Nëse nxënësi gjen vetëm  $x$  duke shfrytëzuar barazimin e shprehjeve numerike, të cilat shprehin në dy mënyra gjatësinë e brinjës së katrorit.
- 0 pikë** Nëse nxënësi e ka zgjidhur në mënyrë të gabuar **OSE** nuk ka shkruar fare në hapësirën e caktuar në dispozicion për zgjidhjen.

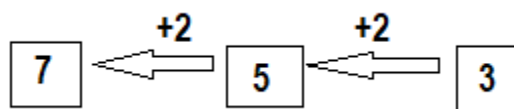
**Pyetja 22a** **2 pikë**

**Zgjidhja e plotë:**

Në vargun aritmetik, ndryshesa e çdo kufize me kufizën paraardhëse është konstante. Kjo konstante përbën dhe ndryshesën e vargut  $d$ . Kështu që kemi:

$$u_2 = u_3 - d = 3 - (-2) = 3 + 2 = 5$$

$$u_1 = u_2 - d = 5 - (-2) = 5 + 2 = 7$$



Kështu që tri kufizat e vargut janë: 7, 5, 3

- 2 pikë** Nëse nxënësi gjen saktë dy kufizat e tjera paraardhëse të kufizës së dhënë  $u_3$ :  $u_1 = 7$ ;  $u_2 = 5$
- 1 pikë** Nëse nxënësi gjen saktë vetëm një prej dy kufizave të para të vargut.
- 0 pikë** Nëse nxënësi e ka zgjidhur në mënyrë të gabuar **OSE** nuk ka shkruar fare në hapësirën e caktuar në dispozicion për zgjidhjen.

**Pyetja 22b** **2 pikë**

**Zgjidhja e plotë:**

Formula e vargut aritmetik jepet me relacionin:

$$u_n = u_1 + (n - 1)d = 7 + (n - 1)(-2) = 7 - 2n + 2$$

$$u_n = -2n + 9, n \in N$$

- 2 pikë** Nëse nxënësi shkruan saktë relacionin , i cili shpreh formulën e vargut dhe përmes zëvendësimeve përkatëse, ofron formulën e saktë të vargut:  $u_n = -2n + 9$
- 1 pikë** Nëse nxënësi shkruan saktë relacionin e formulës së vargut aritmetik, por gabon përgjatë zëvendësimeve, rrjedhimisht nuk ka shkruar formulën e saktë të tij.
- 0 pikë** Nëse nxënësi e ka zgjidhur në mënyrë të gabuar **OSE** nuk ka shkruar fare në hapësirën e caktuar në dispozicion për zgjidhjen.

**Pyetja 23** **2 pikë**

**Zgjidhja e plotë:**

Sasia e lekëve të shpenzuara nga tregtari për makinën është:

$$Shpenzime = 220\ 000 + 55\ 000 = 275\ 000 \text{lekë}$$

Meqenëse tregtari synon të fitojë 35% të shpenzimeve, atëherë koeficienti shumëzues i shpenzimeve është:

$$k = 1 + 0,35 = 1,35. \text{ Kështu që, çmimi me të cilën duhet ta shesë tregtari këtë makinë është:}$$

$$\text{Çmimi i shitjes} = k \times \text{Shpenzime} = 1,35 \times 275\ 000 \text{lekë}$$

$$\text{Çmimi i shitjes} = 371\ 250 \text{lekë}$$

Pra tregtari duhet ta shesë me çmim 371 250lekë .

**Zgjidhje alternative e pyetjes 23**

Nxënësi mund të gjejë fillimisht interesin e fituar:  $0,35 \times 275\,000 = 96\,250$  lekë dhe më pas këtë interes ia shton sasisë së shpenzimeve për të përcaktuar çmimin e shitjes:  $371\,250$  lekë

- 2 pikë** Nëse nxënësi gjen saktë sasinë e shpenzimeve, koeficientin shumëzues të shpenzimeve, si faktor të tyre duke gjetur saktë të çmimit të shitjes:  $371\,250$  lekë
- 1 pikë** Nëse nxënësi gjen vetëm sasinë e shpenzimeve, ose vetëm sasinë e fitimit, por jo çmimin e shitjes.
- 0 pikë** Nëse nxënësi e ka zgjidhur në mënyrë të gabuar **OSE** nuk ka shkruar fare në hapësirën e caktuar në dispozicion për zgjidhjen.

**Pyetja 24** **2 pikë**  
**Zgjidhja e plotë:**

$$\begin{aligned} & 2(x+1)(x-1) - (x+2)^2 \\ & = 2(x^2 - 1^2) - (x^2 + 4x + 4) = 2x^2 - 2 - x^2 - 4x - 4 = \\ & = x^2 - 4x - 6 \end{aligned}$$

**2 pikë** Nëse nxënësi kryen saktë shumëzimin e kllapave, zbërthen saktë katrorin e binomit duke gjetur trajtën e thjeshtuar të shprehjes së dhënë:  $x^2 - 4x - 6$

**1 pikë** Nëse nxënësi ka kryer saktë vetëm shumëzimin e kllapave, apo vetëm zbërthimin katrorit të binomit.

**OSE**

Nëse nxënësi kryen saktë shumëzimin e kllapave, zbërthen saktë katrorin e binomit, por ka gabuar në thjeshtimin e mëtejshëm të shprehjes.

**0 pikë** Nëse nxënësi e ka zgjidhur në mënyrë të gabuar **OSE** nuk ka shkruar fare në hapësirën e caktuar në dispozicion për zgjidhjen.

**Pyetja 25** **3 pikë**

**Zgjidhja e plotë:**

Vëllimi i enëve cilindrike:

Ena e vogël  $V_v = \pi r^2 h$

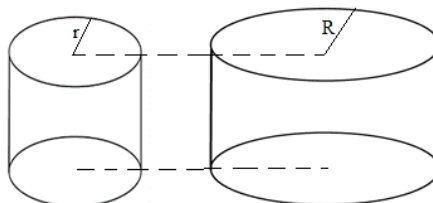
Ena e madhe  $V_M = \pi R^2 h$

Kapaciteti i enës së vogël zë çerekun e kapacitetit të enës së madhe dhe enët ndryshojnë vetëm nga syprina e bazës.

Kemi:  $V_v = \frac{1}{4} V_M$

Kjo lidhje shpreh raportin mes vëllimeve ose raportin e katrorëve të rezeve të bazave të tyre:  $r^2 = \frac{1}{4} R^2$ , sepse:

$$\frac{V_v}{V_M} = \frac{1}{4} = \frac{\pi r^2 h}{\pi R^2 h} = \frac{r^2}{R^2}, \text{ pra } \frac{r^2}{R^2} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{r}{R} = \frac{1}{2}$$



- 3 pikë** Nëse nxënësi shkruan lidhjen mes kapaciteteve të dy enëve, apo raportin e vëllimeve të tyre dhe  $V_v = \frac{1}{4} V_M$ , nëpërmjet thjeshtimeve gjen raportin e rrezeve të tyre  $\frac{r}{R} = \frac{1}{2}$  ose  $\frac{R}{r} = 2$
- 2 pikë** Nëse nxënësi shkruan vetëm formulat e vëllimeve të enëve, ka shkruar lidhjen mes tyre  $V_v = \frac{1}{4} V_M$ , por pa gjeneruar lidhjen mes rrezeve të bazave.
- 1 pikë** Nëse nxënësi shkruan vetëm formulat e vëllimeve të enëve cilindrike.
- 0 pikë** Nëse nxënësi e ka zgjidhur në mënyrë të gabuar **OSE** nuk ka shkruar fare në hapësirën e caktuar në dispozicion për zgjidhjen.

**Pyetja 26a**                      **2 pikë**

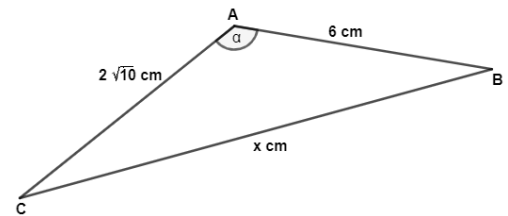
**Zgjidhja e plotë:**

Jemi në kushtet e Teoremës së Kosinut.

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2AC \times AB \cos \alpha$$

$$BC^2 = (2\sqrt{10})^2 + 6^2 - 2 \times 2\sqrt{10} \times 6 \left( -\frac{\sqrt{10}}{10} \right) = 40 + 36 - 24\sqrt{10} \left( -\frac{\sqrt{10}}{10} \right)$$

$$BC^2 = 76 + 24 = 100, \text{ pra } BC = 10\text{cm}$$



- 2 pikë** Nëse nxënësi shkruan Teoremën e Kosinut, kryen saktë veprimet duke gjetur gjatësinë e saktë të brinjës BC
- 1 pikë** Nëse nxënësi shkruan vetëm formulën e Teoremës së Kosinut, por gabon në vlerësimet e mëtejshme.
- 0 pikë** Nëse nxënësi e ka zgjidhur në mënyrë të gabuar **OSE** nuk ka shkruar fare në hapësirën e caktuar në dispozicion për zgjidhjen.

**Pyetja 26b**                      **3 pikë**

**Zgjidhja e plotë:**

$$\text{Dimë se: } S_{\square} = \frac{1}{2} AC \times AB \times \sin \alpha.$$

Ndaj njehsojmë vlerën e  $\sin \alpha$  përmes Formulës Themelore të Trigonometrisë:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$$

$$\sin \alpha = \pm \sqrt{\frac{9}{10}} = \pm \frac{3}{\sqrt{10}} = \pm \frac{3\sqrt{10}}{10}. \text{ Këndi } \alpha \text{ është i gjerë, ndaj } \sin \alpha > 0 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

Atëherë kemi:

$$S_{\square} = \frac{1}{2} AC \times AB \times \frac{3\sqrt{10}}{10} = \frac{1}{2} 2\sqrt{10}\text{cm} \times 6\text{cm} \times \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

$$S_{\square} = 6\text{cm} \times 3\text{cm} = 18\text{cm}^2$$

**3 pikë** Nëse nxënësi ka shkruar formulën e njehsimit të syprinës së trekëndëshit  $S_{\square} = \frac{1}{2} AC \times AB \times \sin \alpha$ .

Gjen saktë vlerën e  $\sin \alpha$  përmes Formulës Themelore të Trigonometrisë:  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ .

Njehson dhe gjen vlerën e saktë të syprinës së trekëndëshit ABC.

**2 pikë** Nëse nxënësi vetëm ka shkruar formulën e njehsimit të syprinës, dhe Formulën Themelore të Trigonometrisë, por ka gabuar përgjatë njehsimeve.

**1 pikë** Nëse nxënësi vetëm ka shkruar formulën e njehsimit të syprinës.

**OSE**

Nëse nxënësi ka gjetur me ndihmën e Formulës Themelore vetëm vlerën e saktë të  $\sin \alpha$ .

**0 pikë** Nëse nxënësi e ka zgjidhur në mënyrë të gabuar **OSE** nuk ka shkruar fare në hapësirën e caktuar në dispozicion për zgjidhjen.

**Pyetja 27**

**2 pikë**

**Zgjidhja e plotë:**

**Zgjidhja e plotë:**

$$\frac{\log_2 48 - \log_2 3}{\log_5 25^2} = \frac{\log_2 \frac{48}{3}}{2 \log_5 25} = \frac{\log_2 16}{2 \log_5 25} = \frac{4}{2 \times 2} = \frac{4}{4} = 1$$

**2 pikë** Nëse nxënësi zbaton saktë vetinë e ndryshesës së dy logaritmeve me bazë të njëjtë, duke thjeshtuar kështu numëruesin e thyesës numerike. Zbaton saktë vetinë e njehsimit të logaritmit të fuqisë me bazë sa baza e logaritmit ( $\log_a a^n = n, a > 0; a \neq 1$ ) duke provuar vërtetësinë e pohimit:  $\frac{\log_2 48 - \log_2 3}{\log_5 25^2} = 1$

**1 pikë** Nëse nxënësi sjell në trajtë të thjeshtë vetëm një nga gjymtyrët e thyesës numerike, përmes vetive përkatëse të logaritmeve.

**0 pikë** Nëse nxënësi e ka zgjidhur në mënyrë të gabuar **OSE** nuk ka shkruar fare në hapësirën e caktuar në dispozicion për zgjidhjen.

**Pyetja 28a**

**2 pikë**

**Zgjidhja e plotë:**

Funksioni është zbritës për  $x \in \{x \in \mathbb{R} / f'(x) < 0\}$ .

Kështu gjejmë derivatin e parë të funksionit dhe rrënjët e tij si më poshtë:

$$y' = (x^3 + 3x^2)' = 3x^2 + 6x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3x(x + 2) = 0 \Leftrightarrow$$

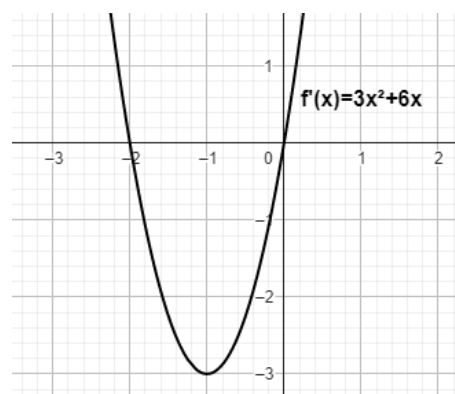
$$\Leftrightarrow 3x = 0 \text{ ose } x + 2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x_1 = 0 \text{ ose } x_2 = -2$$

Rrënjët përbëjnë dhe pikëprerjet e grafikut të funksionit derivat me boshtin e abshisave, ndaj dhe orientojnë lehtësisht punën për skicimin e parabolës me ekuacion  $y' = 3x^2 + 6x$ , e cila meqenëse  $a = 3 > 0$  i ka degët lart.

Vlerat e x për të cilat funksioni i dhënë është zbritës, janë ato për të cilat grafiku i funksionit derivat ndodhet "nën" boshtin e abshisave.

Duke projektuar këtë "pjesë" grafike mbi ox, marrim intervalin e kërkuar të vlerave të x.



Funksioni është zbritës për  $x \in ]-2; 0[$

**Shënim:** Nxënësi mund të bëjë dhe zgjidhje analitike, duke studiuar shenjëën e funksionit derivat përmes studimit të shenjëës së tij me tabelën përkatëse.

**2 pikë** Nëse nxënësi gjen saktë funksionin derivat  $y' = 3x^2 + 6x$ . Përmes rrënjëve të derivatit, skicon grafikun e tij (studion shenjëën) dhe ofron intervalin e duhur ku funksioni është zbritës:  $x \in ]-2; 0[$

**1 pikë** Nëse nxënësi gjen saktë vetëm funksionin derivat  $y' = 3x^2 + 6x$ .

**0 pikë** Nëse nxënësi e ka zgjidhur në mënyrë të gabuar **OSE** nuk ka shkruar fare në hapësirën e caktuar në dispozicion për zgjidhjen.

**Pyetja 28b** **2 pikë**  
**Zgjidhja e plotë:**

Ekuacioni i tangjentes ndaj vijës  $y = f(x)$ , në një pikë të saj  $M_0(x_0; y_0)$  është:

$y - y_0 = m(x - x_0)$ , ku  $m = f'(x_0)$ , kuptimi gjeometrik i derivatit të funksionit në një pikë.

Gjejmë  $f'(-1)$ , ku

$$f'(x) = 3x^2 + 6x \Rightarrow f'(-1) = 3(-1)^2 + 6(-1)$$

$$f'(-1) = 3 - 6 = -3$$

Ekuacioni i tangjentes sonë është  $y - y_T = f'(-1)(x - x_T) \Leftrightarrow y - 2 = -3(x + 1) \Leftrightarrow y = -3x - 1$

**2 pikë** Nëse nxënësi ka shkruar koeficientin këndor të tangjentes si derivat i funksionit në pikën me abshisë  $x = -1 \Rightarrow m = f'(-1) = -3$  dhe shkruan saktë ekuacionin e tangjentes si drejtëz me koeficient këndor  $-3$  dhe që kalon nga pika T.

**1 pikë** Nëse nxënësi gjen vetëm vlerën e saktë të koeficientit këndor  $m = f'(-1) = -3$

**0 pikë** Nëse nxënësi e ka zgjidhur në mënyrë të gabuar **OSE** nuk ka shkruar fare në hapësirën e caktuar në dispozicion për zgjidhjen.

**Pyetja 29** **2 pikë**  
**Zgjidhja e plotë:**

Nga kushti i dhënë, që trekëndëshi ABC është i rregullt, pra barabrinjës rrjedh se këndet e brendshme të tij janë

me masë të njëjtë:  $\frac{(180^\circ)}{3} = 60^\circ$ .

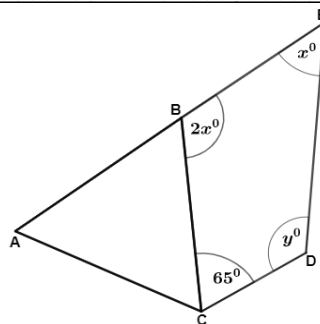
Pra  $\angle ABC = 60^\circ$ . Nga ana tjetër, kemi  $\angle ABE = 180^\circ$ , pasi pikat A, B dhe E ndodhen në një vijë të drejtë. Kështu që:

$$60^\circ + 2x = 180^\circ$$

$$2x = 180^\circ - 60^\circ$$

$$2x = 120^\circ$$

$$x = 60^\circ$$



Dimë se shuma e këndeve të brendshme të një katërkëndëshi është  $360^\circ$ . Pra:

$$120^\circ + 60^\circ + 90^\circ + y^\circ = 360^\circ$$

$$245^\circ + y^\circ = 360^\circ$$

$$y^\circ = 115^\circ$$

**2 pikë** Nëse nxënësi tregon përmes arsytimit se  $\angle ABC = 60^\circ$  dhe gjen vlerën e saktë të  $x$ . Zbaton vetinë e shumës së këndeve të brendshme të katërkëndëshit të mysët duke gjetur vlerën e saktë të  $y$ .

**1 pikë** Nëse nxënësi gjen përmes arsytimit vetëm  $\angle ABC = 60^\circ$  dhe vlerën e saktë të  $x$ .

**OSE**

Nëse nxënësi nëpërmjet arsytimit shkruan vetëm një lidhje mes  $x$  dhe  $y$ .

**0 pikë** Nëse nxënësi e ka zgjidhur në mënyrë të gabuar **OSE** nuk ka shkruar fare në hapësirën e caktuar në dispozicion për zgjidhjen.

**Pyetja 30a** **1 pikë**

**Zgjidhja e plotë:**

Një pikë e dhënë ndodhet në një vijë atëherë dhe vetëm atëherë nëse koordinatat e pikës vërtetojnë ekuacionin e vijës. Kështu që kontrollojmë plotësimin e vërtetësisë si më poshtë:

$$A(1; -2) \in (d) \Leftrightarrow 4x_A - y_A + 2 = 0 \Leftrightarrow 4 - (-2) + 2 = 0 \Leftrightarrow 4 + 2 + 2 = 0 \Leftrightarrow 8 = 0?!.$$

Ky barazim jo i vërtetë provon se pika A **nuk** ndodhet në drejtëzën  $(d)$

**1 pikë** Nëse nxënësi zëvendëson koordinatat e pikës A tek ekuacioni i drejtëzës  $(d)$  dhe shprehet për gjendjen reciproke të pikës dhe drejtëzës së dhënë.

**0 pikë** Nëse nxënësi e ka zgjidhur në mënyrë të gabuar **OSE** nuk ka shkruar fare në hapësirën e caktuar në dispozicion për zgjidhjen.

**Pyetja 30b** **2 pikë**

**Zgjidhja e plotë:**

Le të jetë  $(d_1)$  drejtëza e kërkuar. Dy drejtëza janë paralele nëse ato kanë koeficientë këndorë të barabartë, kështu kemi:  $(d_1) \parallel (d) \Leftrightarrow m_1 = m; A \in (d)$ , ku  $(d): 4x - y + 2 = 0 \Leftrightarrow y = 4x + 2 \Rightarrow m_d = 4$

Ekuacioni i drejtëzës që kalon nga pika A dhe e ka koeficientin këndor  $m$ , e ka trajtën:

$$y - y_A = m(x - x_A) \Leftrightarrow y + 2 = 4(x - 1) \Leftrightarrow y = 4x - 6$$

**Zgjidhje alternative e pyetjes 30b**

Nxënësi mund të gjejë ekuacionin e drejtëzës së kërkuar në trajtën e thjeshtuar  $y = mx + c$ , duke gjetur vlerën e  $m$  nga kushti i paralelizmit, dhe vlerën e  $c$  nga kushti  $A \in (d)$ .

- 2 pikë** Nëse nxënësi gjen koeficientin këndor të drejtëzës së kërkuar përmes kushtit të paralelizmit. Më tej, shkruan saktë ekuacionin drejtëzës duke shfrytëzuar dhe kushtin që ajo kalon nga pika A:  $y = 4x - 6$  apo  $4x - y - 6 = 0$
- 1 pikë** Nëse nxënësi gjen vetëm koeficientin këndor të drejtëzës së kërkuar.
- 0 pikë** Nëse nxënësi e ka zgjidhur në mënyrë të gabuar **OSE** nuk ka shkruar fare në hapësirën e caktuar në dispozicion për zgjidhjen.

**Pyetja 31**                      **3 pikë**

**Zgjidhja e plotë:**

Gjejmë treguesit statistikorë:

Fillimisht rendisim të dhënat sipas një rendi rritës, përcaktojmë tiparin "mesore", i cili është tipari që gëzon individi i qendrës në shpërndarje.

Konkretisht: 6; 6,5; 6,5; 7,5; 8; 8,5; 9, pra mesorja  $m_e = 7,5$

Tipari modal është tipari me dendurinë më të madhe, pra  $m_o = 6,5$

Gjejmë mesataren e shpërndarjes:  $m_a = \frac{6 + 6,5 + 6,5 + 7,5 + 8 + 8,5 + 9}{7} = \frac{52}{7} \approx 7,43$

Vihet re se:  $6,5 < 7,43 < 7,5 \Leftrightarrow m_o < m_a < m_e$

- 3 pikë** Nëse nxënësi gjen vlerat e sakta të mesores, modës dhe mesatares aritmetike të shpërndarjes së dhënë dhe i krahason ato.
- 2 pikë** Nëse nxënësi gjen vetëm dy vlera të sakta nga tre treguesit e kërkuar, të cilët duhet të krahasohen  
**OSE**  
Nëse nxënësi gjen saktë të tri vlerat e treguesve, por nuk bën krahasimin e tyre.
- 1 pikë** Nëse nxënësi gjen vetëm një vlerë të saktë nga tre treguesit e kërkuar.
- 0 pikë** Nëse nxënësi e ka zgjidhur në mënyrë të gabuar **OSE** nuk ka shkruar fare në hapësirën e caktuar në dispozicion për zgjidhjen.



**Pyetja 32**

**3 pikë**

**Zgjidhja e plotë:**

Zona e hijezuar është e kufizuar përkatësisht nga një parabolë dhe një drejtëz përkatësisht me ekuacione:

$$y = 3 + 2x - x^2 \text{ dhe } y = x + 1$$

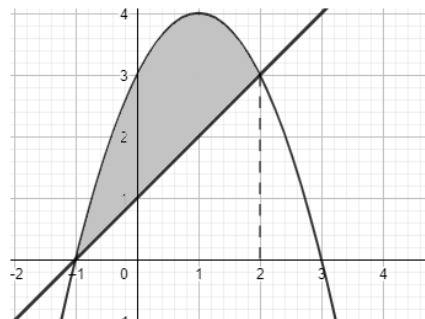
Nga grafiku shohim se vijat priten në pikat  $(-1; 0)$  dhe  $(2; 3)$ ,

abshisat e të cilave shërbejnë si kufij të integralit njehsues të zonës në fjalë.

$$S = \int_{-1}^2 [(3 + 2x - x^2) - (x + 1)] dx = \int_{-1}^2 (2 + x - x^2) dx = \left( 2x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^2$$

$$S = \left( 4 + \frac{2^2}{2} - \frac{2^3}{3} \right) - \left( -2 + \frac{(-1)^2}{2} - \frac{(-1)^3}{3} \right) = \left( 4 + \frac{4}{2} - \frac{8}{3} \right) - \left( -2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) =$$

$$S = \frac{24 + 12 - 16}{6} - \frac{-12 + 3 + 2}{6} = \frac{20}{6} - \frac{-7}{6} = \frac{27}{6} = \frac{9}{2} \text{ njesi}^2$$



**3 pikë** Nëse nxënësi nisur nga të dhënat në grafik përcakton drejt kufijtë e integralit të caktuar, shkruan saktë integralin e caktuar, i cili jep vlerën e syprinës së kërkuar. Gjen saktë integralin e **pa caktuar**, dhe kryen saktë veprimet e njehsimit të syprinës së zonës plane.

**2 pikë** Nëse nxënësi shkruan saktë integralin e caktuar, i cili jep vlerën e syprinës së kërkuar, duke vendosur pozicionimin e vijave në intervalin  $]-1; 2[$ . Gjen saktë integralin e **pacaktuar**, por gabon në kryerjen e veprimeve njehsuese.

**1 pikë** Nëse nxënësi vetëm shkruan saktë integralin e caktuar, i cili jep vlerën e syprinës së kërkuar.

**0 pikë** Nëse nxënësi e ka zgjidhur në mënyrë të gabuar **OSE** nuk ka shkruar fare në hapësirën e caktuar në dispozicion për zgjidhjen.

**Pyetja 33a**

**1 pikë**

**Zgjidhja e plotë:**

Dihet se probabiliteti i hapësirës së rezultateve të çdo prove rasti është 1. Ndaj ka vend barazimi:

$$P(H) = 1 \Leftrightarrow 0,5 + x + 2x + 0,2 = 1 \Leftrightarrow 3x + 0,7 = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3x = 1 - 0,7 \Leftrightarrow 3x = 0,3 \Leftrightarrow x = 0,1$$

**1 pikë** Nëse nxënësi gjen vlerën e saktë të  $x$  sipas parimit  $P(H) = 1$ .

**0 pikë** Nëse nxënësi e ka zgjidhur në mënyrë të gabuar **OSE** nuk ka shkruar fare në hapësirën e caktuar në dispozicion për zgjidhjen.

## Pyetja 33b

2 pikë

## Zgjidhja e plotë:

Le të jetë në ngjarjet:

 $B$ : "Nxënësi preferon ti kalojë pushimet në bregdet" $M$ : "Nxënësi preferon ti kalojë pushimet në vendet malore"Nga të dhënat dhe vlera e gjetur e  $x$ , plotësojmë Diagramin.Kemi:  $P(B) = 0,5 + 0,1 = 0,6$ Meqenëse jepet  $n(B) = 9$ , atëherë:

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(H)} = \frac{9}{n(H)} = 0,6 \Leftrightarrow n(H) = 9 \div 0,6 = 15$$

Pra grupi ka 15 nxënës.

**2 pikë** Nëse nxënësi plotëson diagramin dhe gjen  $P(B)$ . Nga relacioni  $P(B) = \frac{n(B)}{n(H)}$  gjen numrin e saktë të grupit të nxënësve.

**1 pikë** Nëse nxënësi ka gjetur vetëm  $P(B) = 0,6$  **OSE**

Nëse nxënësi vetëm ka shkruar relacionin  $P(B) = \frac{n(B)}{n(H)}$ , por ka gjetur numrin **jo** të saktë të grupit.

**0 pikë** Nëse nxënësi e ka zgjidhur në mënyrë të gabuar **OSE** nuk ka shkruar fare në hapësirën e caktuar në dispozicion për zgjidhjen.

## Pyetja 33c

2 pikë

## Zgjidhja e plotë:

Që nxënësi të mos i preferojë pushimet në bregdet, do të thotë: " Ai preferon ti kalojë pushimet **vetëm** në vendet malore **ose** preferon ti kalojë pushimet jo bregdet dhe jo në vende malore"

Kemi:  $P(\bar{B}) = 0,2 + 0,2 = 0,4$ 

- Nxënësi vlerëson probabilitetin e ngjarjes së kundërt të ngjarjes  $P(jo B)$  sipas parimit të probabiliteteve:**

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,6 = 0,4.$$

**2 pikë** Nëse nxënësi ka gjetur saktë  $P(joB) = 1 - P(B) = 1 - 0,6 = 0,4$ , pasi ka përkthyer ngjarjen "jo B" me fjalë ose përmes Diagramit të dhënë.

**1 pikë** Nëse nxënësi ka shkruar vetëm  $P(joB) = 0,4$

**0 pikë** Nëse nxënësi e ka zgjidhur në mënyrë të gabuar **OSE** nuk ka shkruar fare në hapësirën e caktuar në dispozicion për zgjidhjen.